 ISSN : 1411-6286

VISUALISASI MASALAH MACALESTER DENGAN BANTUAN MICROSOFT VISUAL BASIC 6.0

Ferry Agus Sandy dan Asep K. Supriatna

Jurusan Matematika, Universitas Padjadjaran
Km 21 Bandung-Jatinangor
Fax : 022-7794696

Abstrak

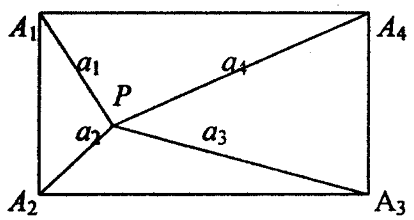
Paper ini menyajikan bagaimana mencari luas yang optimal dari empat persegi panjang Macalester dengan menggunakan metoda klasik dan metoda pengali Lagrange. Optimisasi luas empat persegi panjang Macalester dengan metoda klasik dan metoda pengali Lagrange menghasilkan besar sudut yang sama yaitu $\theta = \tan^{-1}(a_3/a_1) = \theta_0$ *di kuadran pertama untuk luas yang maksimum, dan* $\theta = \tan^{-1}(a_3/a_1) = \theta_0 + \pi$ *di kuadran ketiga untuk luas yang minimum. Karena besar sudut* θ *sama pada kedua metoda maka dengan sendirinya luas empat persegi panjang yang maksimum akan sama bila dioptimasi dengan metoda klasik maupun metoda pengali Lagrange, begitu pula dengan luas minimum. Selanjutnya digunakan Microsoft Visual Basic 6.0 untuk visualisasi masalah diatas.*

Kata Kunci : macalester, pengali lagrange

1. Latar Belakang Masalah

Empat persegi panjang Macalester adalah empat persegi panjang yang mucul pada soal mingguan di Universitas Macalester. Pada awalnya masalah ini muncul dari soal Macalester nomor 749. Dalam soal ini diberikan suatu bujur sangkar $A_1A_2A_3A_4$ dengan titik P yang berada didalamnya. Panjang dari PA_1, PA_2, dan PA_3 berturut-turut adalah 4, 3, dan $\sqrt{10}$. Kemudian diminta untuk menghitung berapakah panjang dari PA_4. Dari hasil yang diperoleh, ternyata soal tersebut tidak hanya berlaku pada bujur sangkar, tetapi berlaku juga pada empat persegi panjang (Hall & Roe, 1998).

Untuk lebih memahami bentuk dari empat persegi panjang tersebut, akan dijelaskan bagaimana bentuk dari empat persegi panjang ini. Pada suatu empat persegi panjang $A_1A_2A_3A_4$ diberikan sebuah titik P di dalamnya. Panjang garis PA_1, PA_2, PA_3, dan PA_4 masing-masing dimisalkan a_1, a_2, a_3, dan a_4 (Gambar 1). Kemudian asumsikan bahwa $a_2 < a_1$, $a_2 < a_3$, $a_2 < a_4$, dan $0 < a_2$.



Gambar 1 Empat Persegi Panjang Macalester

Empat persegi panjang ini diletakkan pada koordinat cartesius di kuadran I dan sudut θ menyatakan besar sudut yang dibentuk PA_2 dengan sumbu horizontal positif. Jika sudut θ digerakkan berlawanan dengan arah jarum jam dengan mengambil $0 \le \theta < 2\pi$, maka akan terdapat tak terhingga banyaknya empat persegi panjang Macalester dengan panjang a_1, a_2, a_3, dan a_4 tetap sedangkan titik A_1 selalu berada di sumbu y dan titik A_3 selalu berada di sumbu x. Masalah ini menjadi cukup menarik karena terbentuk banyak empat persegi panjang dengan bentuk yang saling berlainan dan luas yang berbeda pula.

Pertanyaan dasar yang cukup menarik dari permasalahan tersebut adalah berapa besar θ agar luas empat persegi panjang ini akan mencapai maksimum dan berapa pula besar θ agar luasnya mencapai minimum. Pada paper ini akan dibahas bagaimana mencari luas yang maksimum dan minimum dari empat persegi panjang Macalester dan berapa besar θ pada saat luas empat persegi panjang tersebut optimum.

2. Batasan Masalah

Dalam menyelesaikan masalah ini, penulis hanya akan membahas bagaimana mencari nilai A_4, panjang garis a_4 serta besar sudut θ untuk menentukan luas maksimum dan minimum dari empat persegi panjang Macalester. Untuk memvisualisasikan hasil analisis matematik tersebut maka ditambah dengan pembuatan software dengan menggunakan Microsoft Visual Basic 6.0 (kusumo, 2001). Implementasi pada software masih menggunakan metoda yang sama seperti pada dua metoda analitik yang dipakai, yaitu metoda klasik (Purcell, 1998) dan metoda pengali Lagrange (Purcell, 1998, hal 299).

3. Tujuan Penelitian

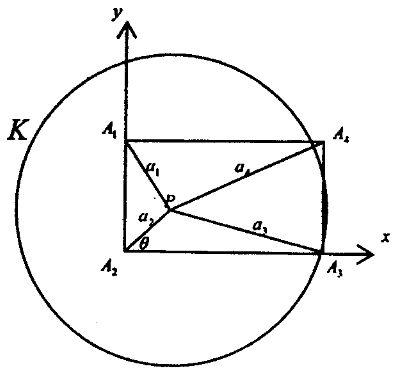
Tujuan penelitian ini adalah menyelesaikan masalah mengenai empat persegi panjang yang muncul pada masalah Macalester yaitu mencari titik A_4, dan besar sudut θ serta menentukan luas maksimum dan minimum dari empat persegi panjang tersebut. Selain itu juga memberikan ilustrasi bahwa teknologi komputer dapat digunakan sebagai alat bantu baik dalam proses pembelajaran matematika, maupun dalam penelitian matematika.

4. Metodologi Penelitian

Metode penelitian yang digunakan dalam penulisan paper ini adalah studi kepustakaan atau studi literatur yaitu mengumpulkan bahan-bahan atau metodologi yang sesuai dengan masalah yang sedang dihadapi. Karena masalah yang dihadapi adalah untuk mencari luas maksimmum dan minimum dari empat persegi panjang maka untuk mencapai luas tersebut dicoba dengan menggunakan metoda klasik dan metoda pengali Lagrange selanjutnya permasalahan tersebut divisualisasikan dengan menggunakan Microsoft Visual Basic 6.0. Adapun detail metodologi adalah sebagai berikut.

4.1 Penentuan Koordinat Titik A_4

Gambarkan suatu lingkaran K yang berpusat di P dan berjari-jari a_3, dengan demikian titik A_3 berada pada lingkaran K seperti terlihat pada Gambar 2 berikut ini:



Gambar 2 Lingkaran K berpusat di P, berjari-jari a_3 dan melalui A_3

 ISSN : 1411-6286

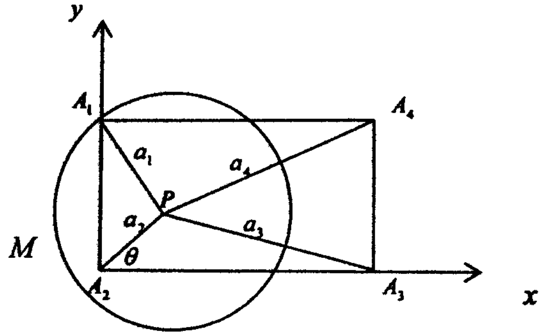
Persamaan lingkaran K adalah

$$(x - a_2 \cos\theta)^2 + (y - a_2 \sin\theta)^2 = a_3^2$$

dari persamaan ini dapat diperoleh fungsi $x(\theta)$ yaitu :

$$x(\theta) = a_2 \cos\theta + \sqrt{a_3^2 - a_2^2 \sin^2\theta} \tag{1}$$

Demikian juga untuk memperoleh fungsi $y(\theta)$, gambarkan lingkaran M yang berpusat di P dan berjari-jari a_1 (lihat Gambar 3).



Gambar 3 Lingkaran M berpusat di P, berjari-jari a_1 dan melalui A_1

Persamaan lingkaran M adalah

$$(y - a_2 \sin\theta)^2 + (x - a_2 \cos\theta)^2 = a_1^2$$

dari persamaan ini dapat diperoleh fungsi $y(\theta)$ yaitu :

$$y(\theta) \quad = a_2 \sin\theta + \sqrt{a_1^2 - a_2^2 \cos^2\theta} \tag{2}$$

Maka dari persamaan (1) dan persamaan (2) didapatkan koordinat dari titik sudut $A_4(x(\theta), y(\theta))$ yaitu $(a_2 \cos\theta + \sqrt{a_3^2 - a_2^2 \sin^2\theta}, a_2 \sin\theta + \sqrt{a_1^2 - a_2^2 \cos^2\theta})$.

4.2 Penentuan Panjang Garis a_4

Koordinat titik P adalah $(a_2 \cos\theta, a_2 \sin\theta)$ dan koordinat titik A_4 adalah $(x(\theta), y(\theta))$, maka

$$\overline{PA_4}^2 = a_4^2 = (x(\theta) - a_2 \cos\theta)^2 + (y(\theta) - a_2 \sin\theta)^2 \tag{3}$$

dari sini akan dihasilkan $a_4^2 = a_1^2 + a_3^2 - a_2^2$ atau bisa ditulis sebagai $\sum_{i=1}^{4} (-1)^i a_i^2 = 0$.

4.3 Penentuan Luas Maksimum dan Luas Minimum

Dari nilai $x(\theta)$ dan $y(\theta)$ yang telah didapatkan sebelumya, maka luas empat persegi panjang tersebut dapat dihitung. Luas empat persegi panjang Macalester adalah

$$A(\theta) = x(\theta).y(\theta)$$

$$A(\theta) = (a_2 \cos\theta + \sqrt{a_3^2 - a_2^2 \sin^2\theta})(a_2 \sin\theta + \sqrt{a_1^2 - a_2^2 \cos^2\theta}) \tag{4}$$

Untuk luas yang maksimum nilai θ yang dimasukkan adalah $\theta_0 = \tan^{-1}(a_3 / a_1)$ dan untuk luas yang minimum nilai θ yang dimasukkan adalah $\theta_1 = \tan^{-1}(a_3 / a_1)$.

 ISSN : 1411-6286
Unsupported Personality: PCL

4.4 Visualisasi Masalah

Secara matematis nilai-nilai yang diinginkan sudah diperoleh, namun untuk memperoleh gambaran yang lebih jelas maka dibuat program komputer dengan menggunakan rumus-rumus pada persamaan (3) dan (4). Sebagai pembanding dibuat juga sebuah program dengan menggunakan metoda yang berbeda (Sandy dan Supriatna, 2004). Adapun program utama dengan menggunakan metoda yang ada pada makalah ini adalah sebagai berikut.

```
'program utama
kamus
        tetamax,luas_tetamax, tetamin, luas_tetamin, a4 : Double
if text.text ='' then
        output ('data tidak boleh kosong')
else if not is numeric then
        output ('data harus angka')
else if text.text <= 0 then
        output ('data harus >0')
else
        bacadata
End if
```

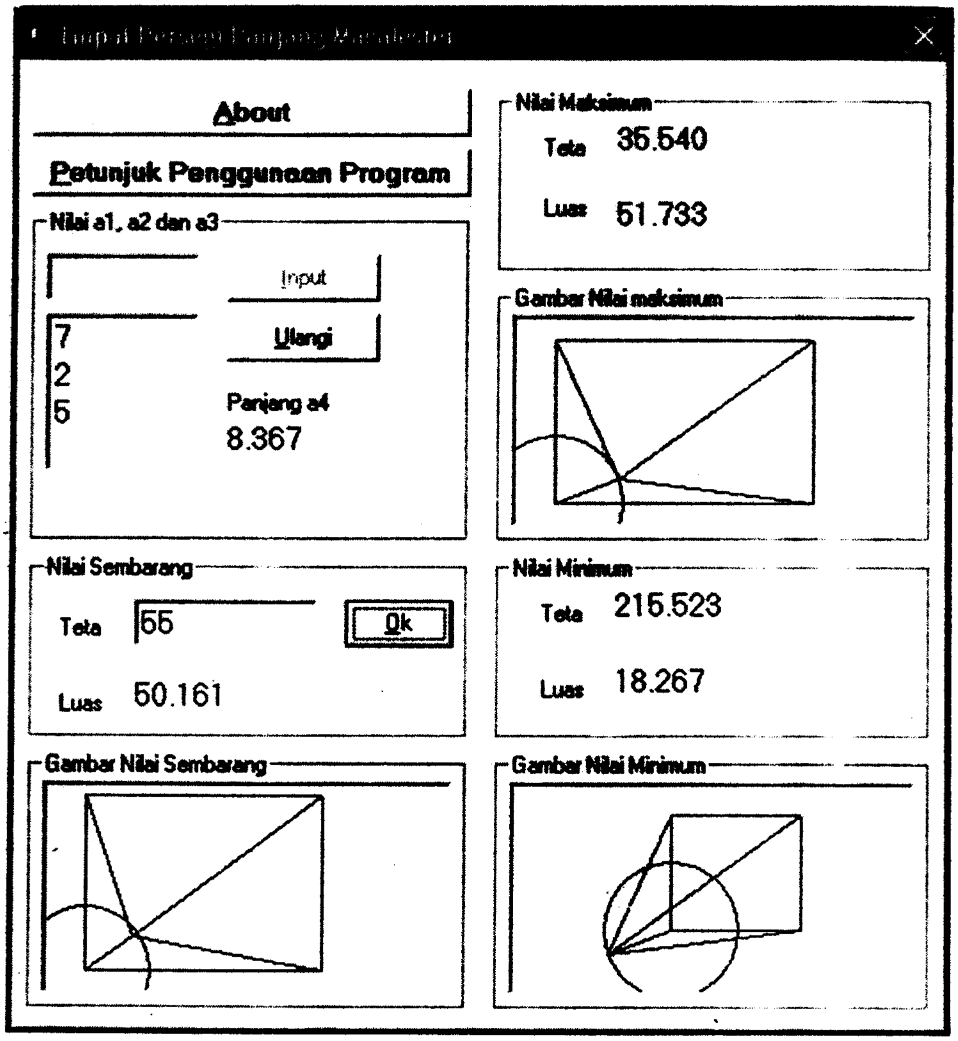
Pada program utama diperlukan dua buah prosedur, yaitu prosedur bacadata dan prosedur proses data. Kedua prosedur tersebut adalah sebagai berikut :

```
procedure bacadata
x(list):double
for I=0 to 2
        x(i)= list.listcount(i)
if x(1)>x(0) or x(1)>x(2)
        output ('nilai a2 harus yang paling kecil')
else
proses data

Procedure Proses Data
Algoritma
Degree = X(1) / X(2)
Tetamax = Atn(degree) * 57.3
Output tetamax
Luas_tetamax = ((X(1) * Cos(tetamax * 0.017452006)) + (Sqr((X(2) ^ 2) - (X(1) ^ 2) * (Sin(tetamax *
               0.01745)) ^ 2))) * (X(1) * Sin(tetamax * 0.01745) + Sqr((X(0) ^ 2) - (X(1) ^ 2) * (Cos(tetamax
               * 0.01745)) ^ 2))
Output luas_tetamax
Tetamin = (Atn(degree) * 180 / (22 / 7)) + 180
Output tetemin
Luas_tetamin = ((X(1) * Cos(tetamin * 0.017452006)) + (Sqr((X(2) ^ 2) - (X(1) ^ 2) * (Sin(tetamin * 0.01745))
               ^ 2))) * (X(1) * Sin(tetamin * 0.01745) + Sqr((X(0) ^ 2) - (X(1) ^ 2) * (Cos(tetamin * 0.01745))
               ^ 2))
Output luas_tetamin
a4 =Sqr(X(2) ^ 2 + X(0) ^ 2 - X(1) ^ 2)
output gambar
```

5. Hasil yang dicapai

Implementasi program dikerjakan dengan menggunakan Microsoft Visual Basic 6.0 dengan tampilan seperti gambar berikut



Gambar 4 Tampilan Program

Pada program tersebut nilai pertama yang diminta untuk diinputkan adalah a_1, a_2, dan a_3, setelah itu maka akan tampil outputnya berupa panjang dari a_4, nilai θ untuk luas maksimum dan nilai θ untuk luas minimum, luas maksimum dan minimumnya, serta tampilan gambar empat persegi panjang yang dibentuk.

Selanjutnya nilai kedua yang diminta untuk diinputkan adalah nilai θ sembarang yaitu untuk mencari luas empat persegi panjang Macalester pada sudut-sudut sembarang. Output dari nilai θ sembarang ini juga akan ditunjukkan berapa luas empat persegi panjang tersebut beserta tampilan gambarnya.

Sebagai ilustrasi dicoba dimasukkan nilai a_1=7, a_2=2, dan a_3=5 sebagai input dan dihasilkan nilai a_4=8,367. Adapun θ untuk luas maksimumnya 35,540, luas maksimumnya 51,733, θ untuk luas minimumnya 215,523 dan luas minimumnya 18,267. Terlihat bahwa A_4 beserta ketiga titik lainnya membentuk empat persegi panjang. Kemudian untuk nilai θ sembarang dicoba dimasukkan θ=55 sebagai input dan dihasilkan luasnya 50,161. Dari sini terlihat bahwa luas yang diperoleh pada θ sembarang tidak lebih besar dari luas maksimumnya dan tidak lebih kecil dari luas minimunmya. Maka luas yang diperoleh pada θ=35,540 adalah luas yang maksimum dan luas yang diperoleh pada θ=215,528 adalah luas yang minimum.

Dari pembahasan diatas dapat disimpulkan bahwa komputer dapat digunakan untuk memvisualisasikan hasil-hasil analisis matematik. Dalam hal ini sebuah program sederhana telah dibuat untuk memperlihatkan bahwa titik ke-4 beserta ketiga titik lainnya yang dihasilkan dari permasalahan Macalester benar-benar membentuk persegi panjang. Begitu pula sudut yang diperoleh memberikan luas persegi panjang yang maksimum/minimum. Hal ini dapat membantu pemahaman konsep dan hasil analisis matematik.

Secara umum penelitian ini masih dapat dilanjutkan. Dari aspek matematis dan komputasi masih dimungkinkan menggunakan berbagai metoda optimasi, misalnya *genetic algorithm*.

6. Daftar Pustaka

[1] Hall, LM and RP. Roe, "An Unexpected Maximum in Family of Rectangle," *Mathematics Magazine*, Vol. 71, pp. 285-291, 1998.

[2] Kusumo AS, *Buku Latihan Microsoft Visual Basic 6.0,* Jakarta : PT Elex Media Komputindo, 2001.

[3] Purcell, EJ dan Dale V, *Kalkulus dan Geometri Analitis,* Bandung: Erlangga, 1998.

[4] F. A. Sandy dan A.K. Supriatna. Penentuan Luas Optimal Segi Empat Macalester melalui Koordinat Titik Sudut dengan Bantuan MS Visual Basic 6.0.